IA : TAMBA	Cellule : Mathématiques
Lycée : Koumpentoum	Classe : Terminale L
Année : 2022-2023	Chapitre : Polynôme

SERIE D'EXERCICES

EXERCICE 1

1. Montrer que δ est une racine de P , puis factoriser $P(x)$ en passant par la division euclidienne, par identification des coefficients et par la méthode de Horner.
   $P(x) = x^3 - 2x^2 - 11x + 12$, $\delta = -3$
2. Factoriser $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 3$ sachant que ses racines sont 1 ; -3 et $\frac{1}{2}$.
3. Factoriser $P(x) = x^4 - 3x^2 - 4$.

EXERCICE 2

Soit $P(x) = x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 2x + 8$.

1. Montrer que 1 et -1 sont des racines de $P(x)$ puis Factoriser $P(x)$.
2. a. Résoudre dans ℝ l'équation $P(x) = 0$.
   b. En déduire les solutions de l'équation $P(3x - 1) = 0$.
3. a. Résoudre dans ℝ l'inéquation $P(x) > 0$.
   En déduire les solutions de l'inéquation $P(3x - 1) > 0$.
4. Soit $f(x)$ un polynôme de degré 3, sachant que les solutions de l'équation $f(2x + 1) = 0$ sont -2; 1 et 4, déterminer les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

EXERCICE 3

Soit $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 6$ avec a et b des réels.

1. Déterminer les réels a et b sachant que $P(-2) = 0$ et $P(-1) = 8$.
2. On pose $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.
   a. Factoriser $P(x)$.
   b. Résoudre dans ℝ les équations suivantes :
   $P(x) = 0$
   $P(x) = 6$
   $P(x) = (x + 2)$
   c. Résoudre dans ℝ l'inéquation $P(x) \geq 0$.

EXERCICE 4 *(Bac 2006)*

On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 1$; où a et b sont deux nombres réels.

1. Déterminer les réels a et b pour que P soit factorisable par $(x - 1)(x + 1)$.
2. On suppose a = 1 et b = −2.

Montrer que $-\frac{1}{2}$ est une racine de $P(x)$; puis écrire $P(x)$ en produit de facteur du 1^{er} degré.

EXERCICE 5 *(Bac 2019)*

1. Vérifier que le triplet $(11; 4; -5)$ est solution du système suivant :

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ x - y + z = 2 \\ 4x - 2y + z = 31 \end{cases}$$

2. Soit $P(x)$ le polynôme défini dans $\mathbb{R}$ par :
$P(x) = 2x^3 + bx^2 + cx + d$, ou b, c et d sont des réels.
   a. Sachant que $P(1) = 12$, $P(-1) = 0$ et $P(-2) = 15$, montrer que les reels b, c et d sont solutions du système précèdent.
   b. En déduire le polynôme $P(x)$.

EXERCICE 6 *(Bac 2020)*

Soit $P(x) = (-x^2 + 4)(ax^2 + bx + c)$ avec a, b et c des réels et $a \neq 0$.

1. a. Déterminer le degré du polynôme P.
   b. Déterminer deux racines du polynôme P.
2. On pose pour tout réel x, $g(x) = -2x^4 + 7x^3 + 5x^2 - 28x + 12$. Déterminer les réels a, b et c sachant que

   $g(x) = P(x)$, pour tout réel x.

3. Factoriser le polynôme P en produit de facteurs du premier degré.

EXERCICE 7

1. Soit $K(x) = x^2 + 3x - 4$
   a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $K(x) = 0$.
   b. En déduire une factorisation de $K(x)$.

2. Soit $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
   a. Montrer que 1 est une racine de P.
   b. Factoriser complètement $P(x)$.

3. On pose $F(x) = \frac{P(x)}{K(x)}$.
   a. Préciser la condition d'existence D_F de la fonction F.
   b. Simplifier F sur D_F.

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $F(x) = 0$ et l'inéquation $F(x) \leq 0$.

Courage pour toujours